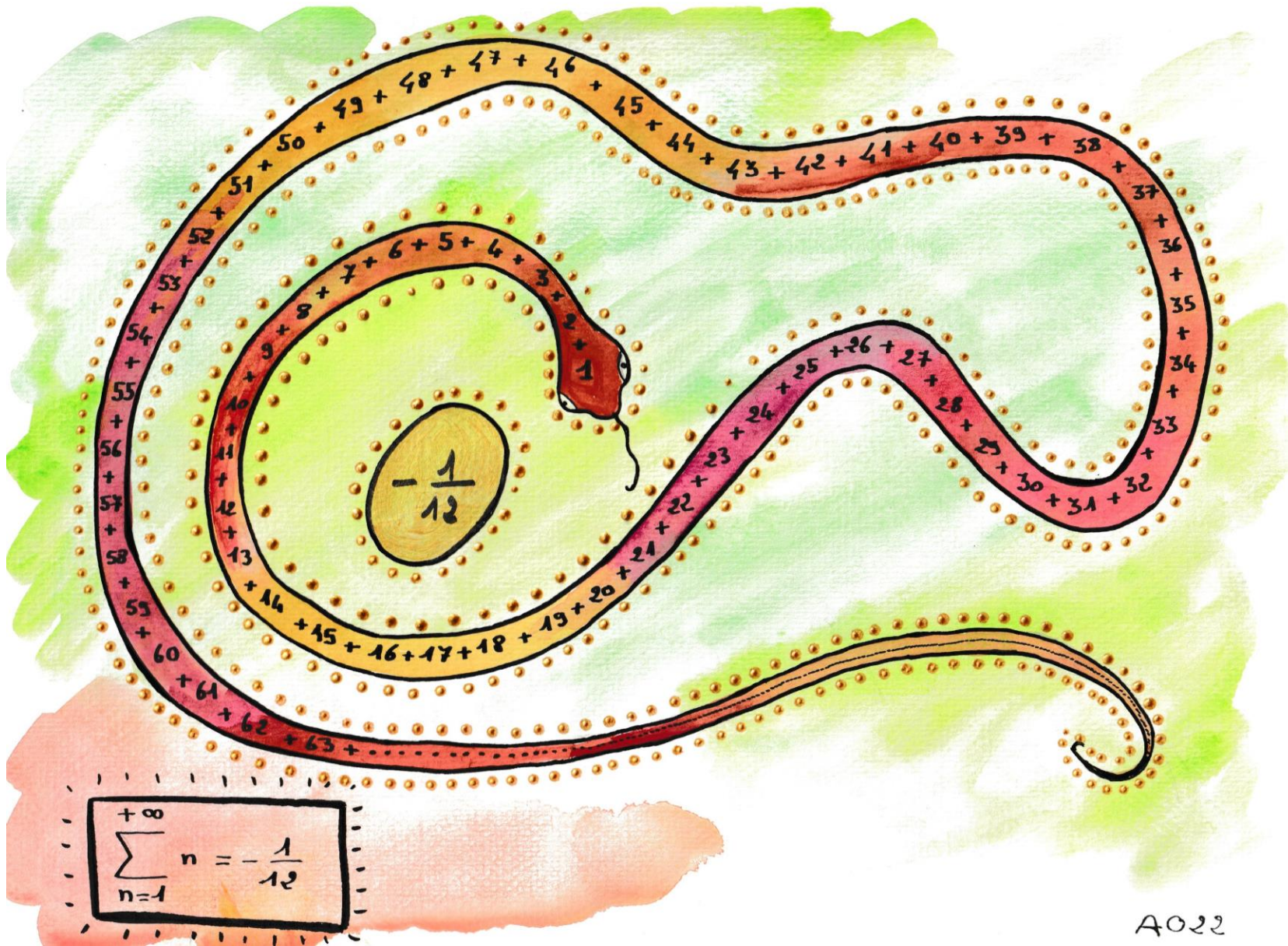


De l'art ou des des maths



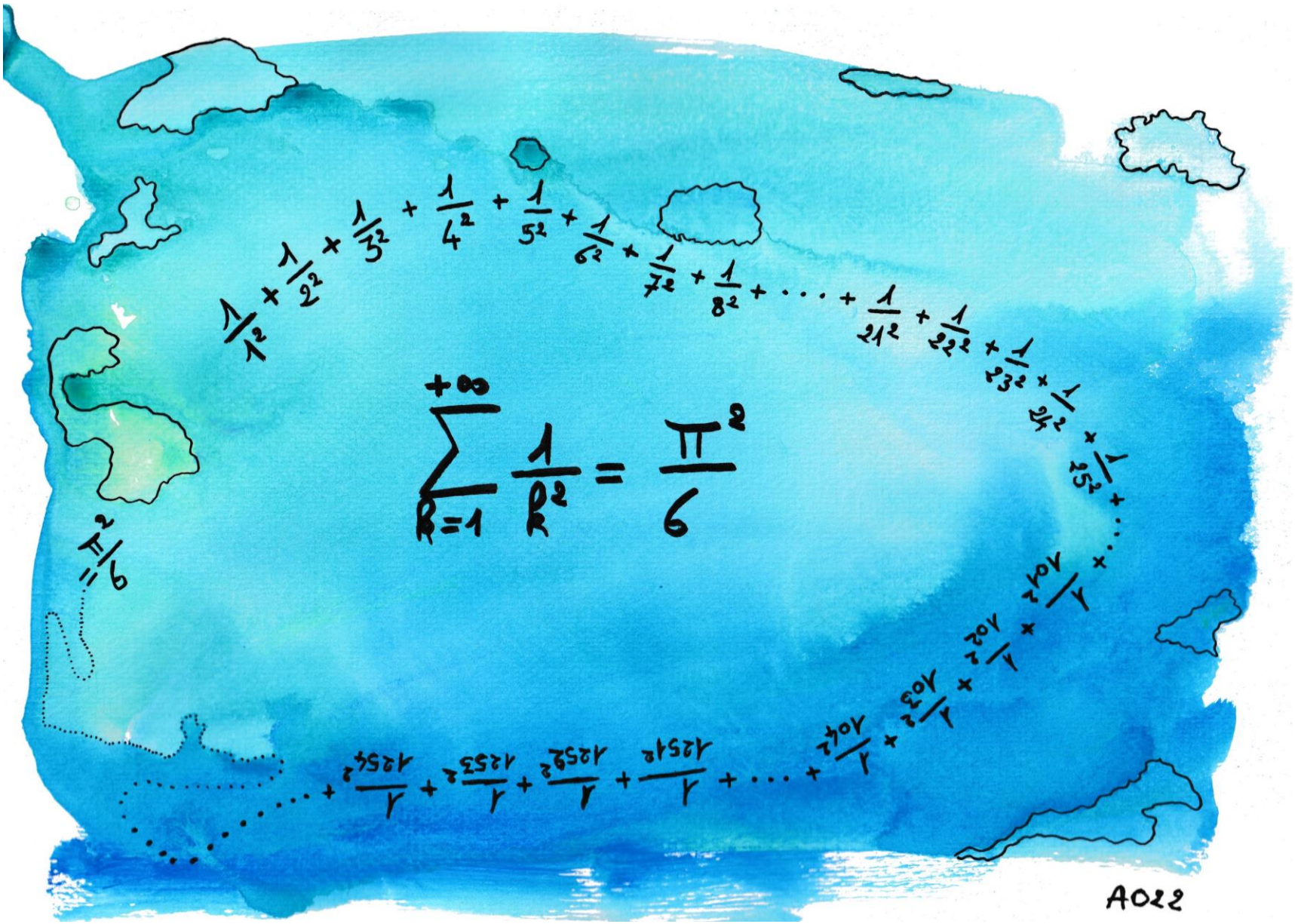
Dessins Agnès Rigny • 2023

A023



$$\sum_{n=1}^{+\infty} n = -\frac{1}{12}$$

A022



$$\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{7^2} + \frac{1}{8^2} + \dots + \frac{1}{21^2} + \frac{1}{22^2} + \frac{1}{23^2} + \frac{1}{24^2} + \frac{1}{25^2} + \dots$$

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k^2} = \frac{\pi^2}{6}$$

$$\frac{\pi^2}{6}$$

$$\frac{1}{1254^2} + \frac{1}{1253^2} + \frac{1}{1252^2} + \frac{1}{1251^2} + \frac{1}{1250^2} + \dots + \frac{1}{1042^2} + \frac{1}{1041^2} + \frac{1}{1040^2} + \frac{1}{1039^2} + \frac{1}{1038^2} + \frac{1}{1037^2} + \dots$$

A022



R.21

• $a\mathbb{Z} + b\mathbb{Z}$ est un sous groupe de \mathbb{Z} .
Donc il existe c tel que $a\mathbb{Z} + b\mathbb{Z} = c\mathbb{Z}$.

• On a $a\mathbb{Z} \subset c\mathbb{Z}$ et $b\mathbb{Z} \subset c\mathbb{Z}$.
De même c/b .

→ c est donc un diviseur commun à a et b .

• Il existe u et v appartenant à \mathbb{Z} tels que $c = ua + vb$.

D'où $d \mid a$ et $d \mid b$, d'où $d \mid c$.

→ c est donc le plus grand diviseur commun ($d \leq c$)
des diviseurs communs à a et b .

On a donc montré que c est le PGCD de a et b .

(Etant entendu que a, b, c sont positifs).

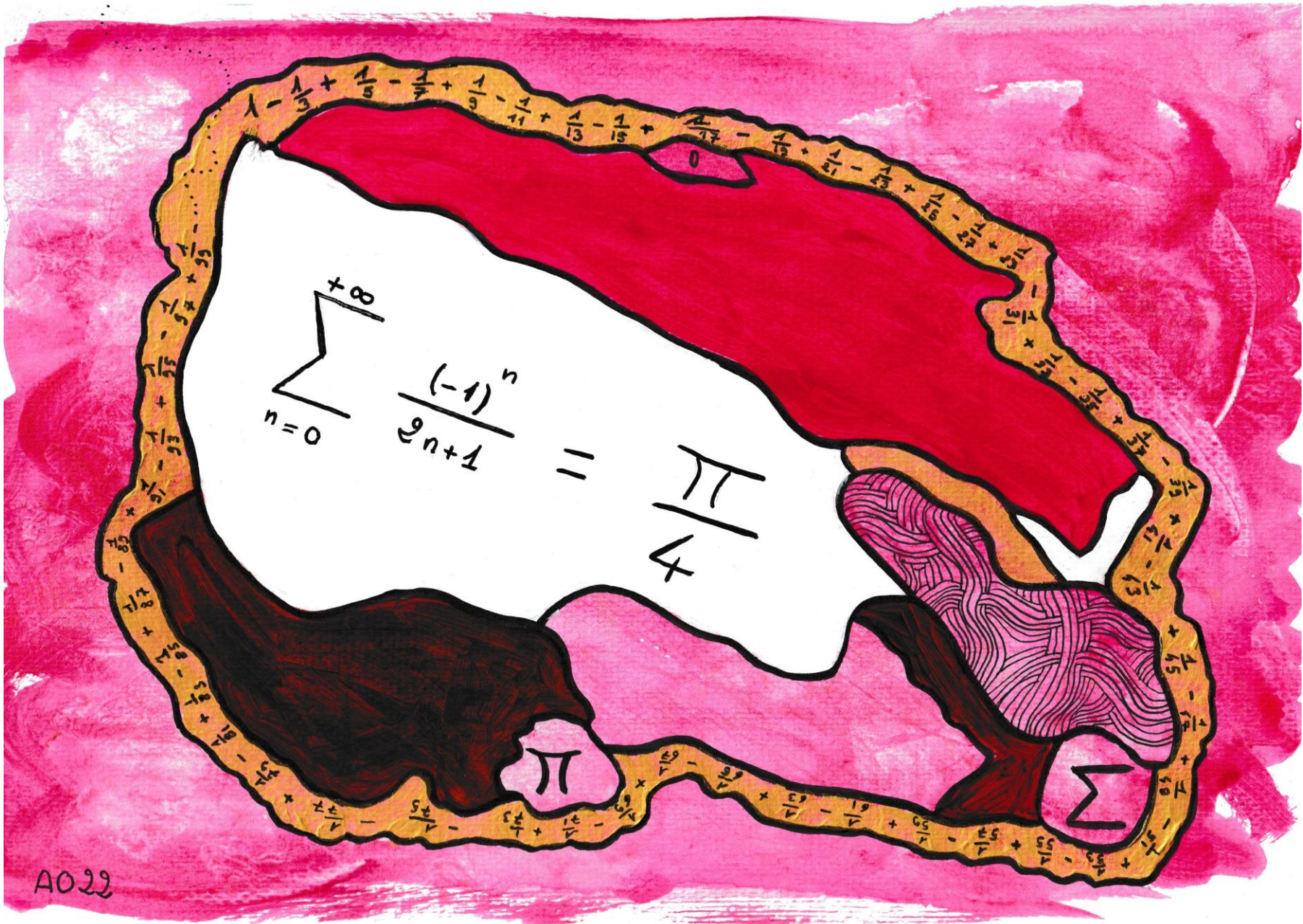
On a donc le corollaire

$d \mid a$ et $d \mid b$
implique $d \mid \text{PGCD}(a, b)$.

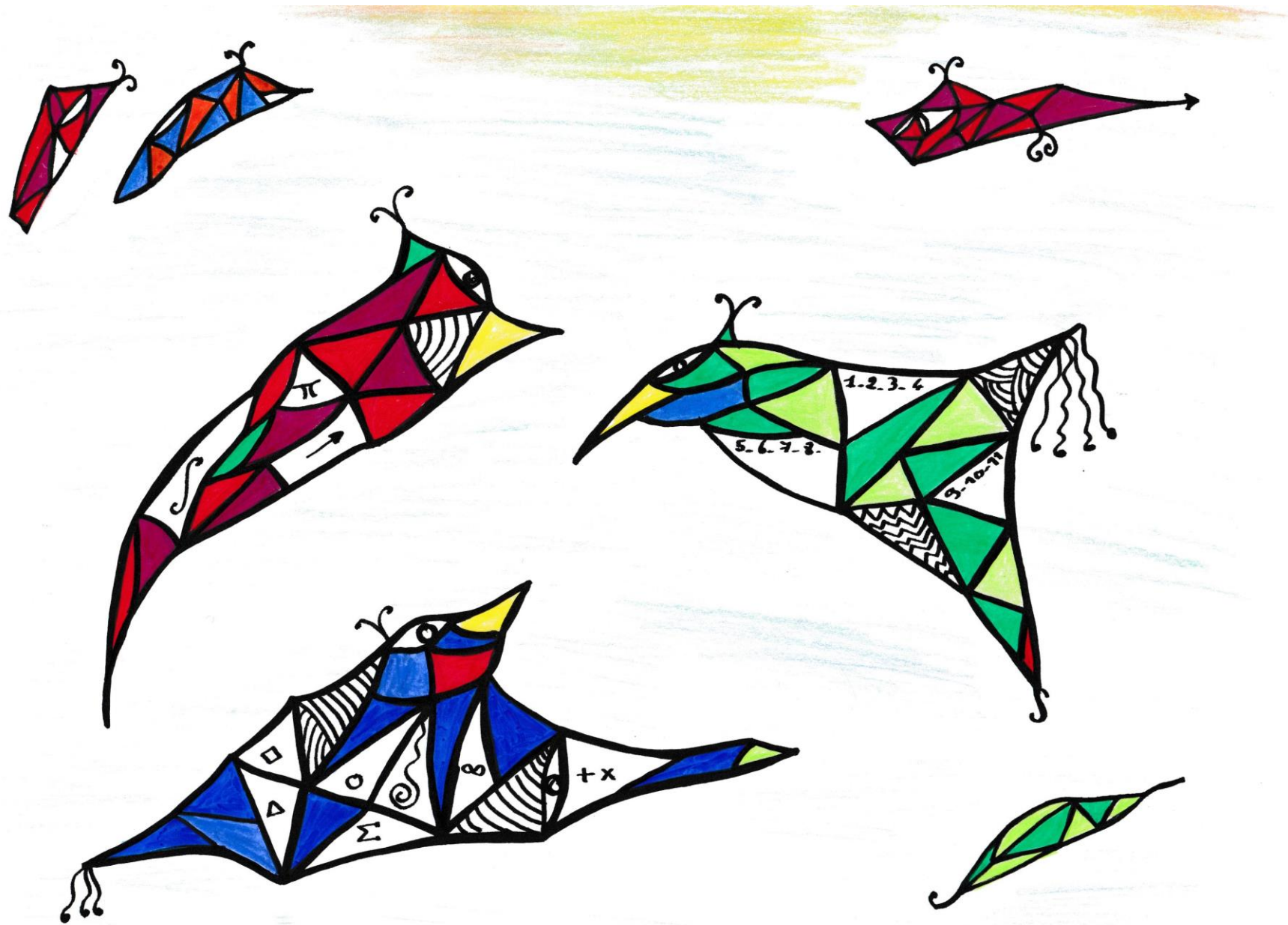
CQFD. ■



AO23



A022





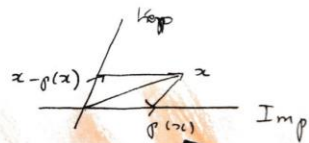
$$\dim \ker u + \text{rang}(u) = \dim E$$

$$\epsilon_S = S \Rightarrow S = \epsilon P \Delta P$$

$$\prod_{i=1}^n (f - \lambda_i \text{id}_E) = 0 \rightarrow E = \bigoplus_{i=1}^n \ker(f - \lambda_i \text{id}_E)$$

Le polynôme caractéristique est annulateur

A023



Soit $p \in \mathcal{L}(E)$ tel que $p \circ p = p$.

Montrons que p est une projection sur $\text{Im } p$, parallèlement à $\text{Ker } p$.

Montrons que $\text{Im } p \cap \text{Ker } p = \{0\}$:

- Soit $x \in \text{Im } p \cap \text{Ker } p$.
- Il existe $a \in E$ tel que $x = p(a)$, car $x \in \text{Im } p$.
- Car $x \in \text{Ker } p$, on a $p(x) = 0_E$.
- Donc $p(p(a)) = 0_E$. Or $p(p(a)) = p(a) = x$.
- On a donc $x = 0_E$.

La somme $\text{Ker } p + \text{Im } p$ est directe.

Soit $x \in E$.

On a $x = p(x) + (x - p(x))$ (*)

On a $p(x) \in \text{Im } p$

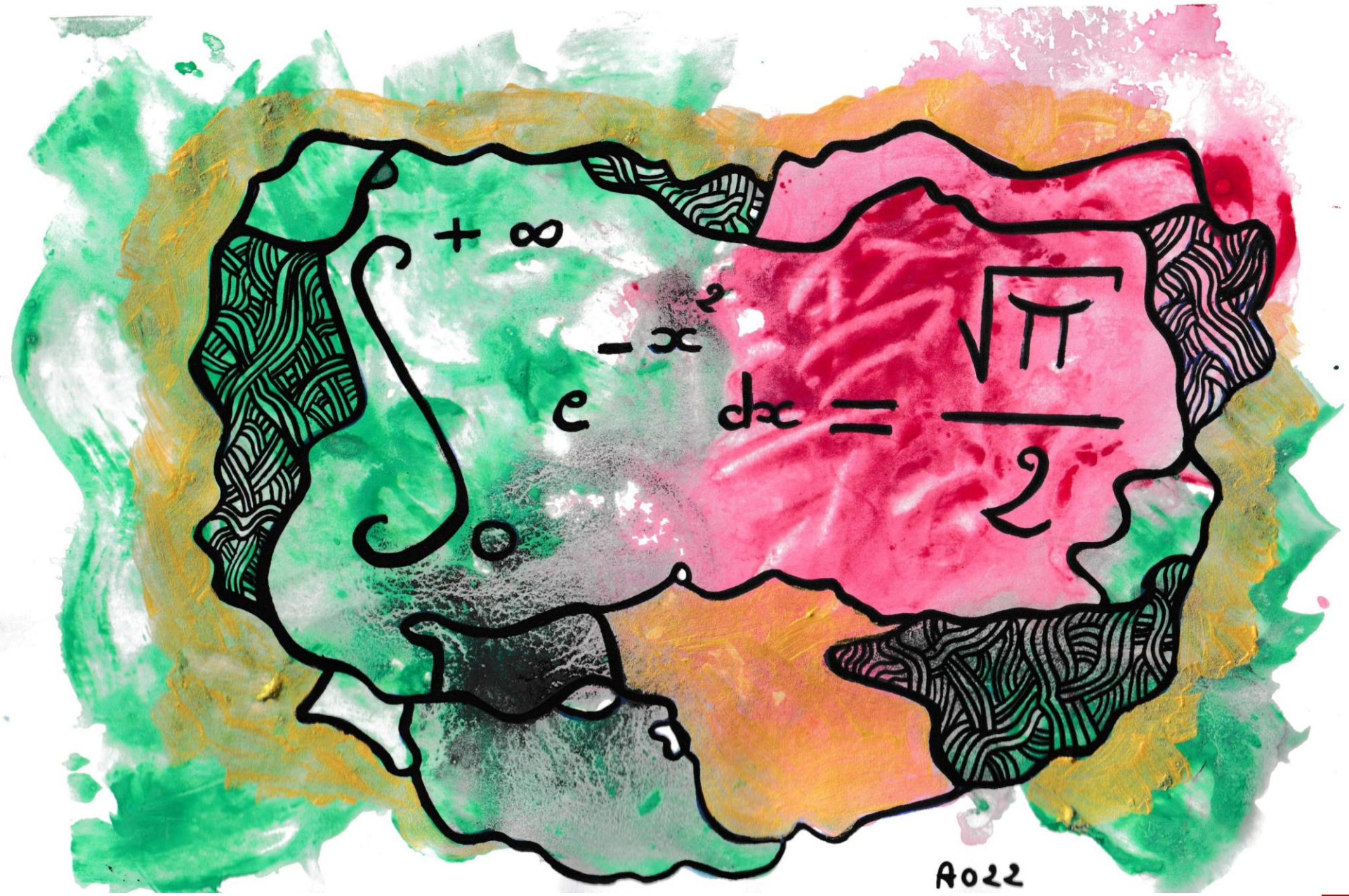
De plus, $p(x - p(x)) = p(x) - p(p(x)) = p(x) - p(x) = 0_E$.

Donc $x - p(x) \in \text{Ker } p$.

Ce qui prouve que $E = \text{Im } p + \text{Ker } p$

• On a bien $E = \text{Im } p \oplus \text{Ker } p$ - par définition,

x est la projection sur $\text{Im } p$ parallèlement à $\text{Ker } p$ (*)



+ ∞

- x^2

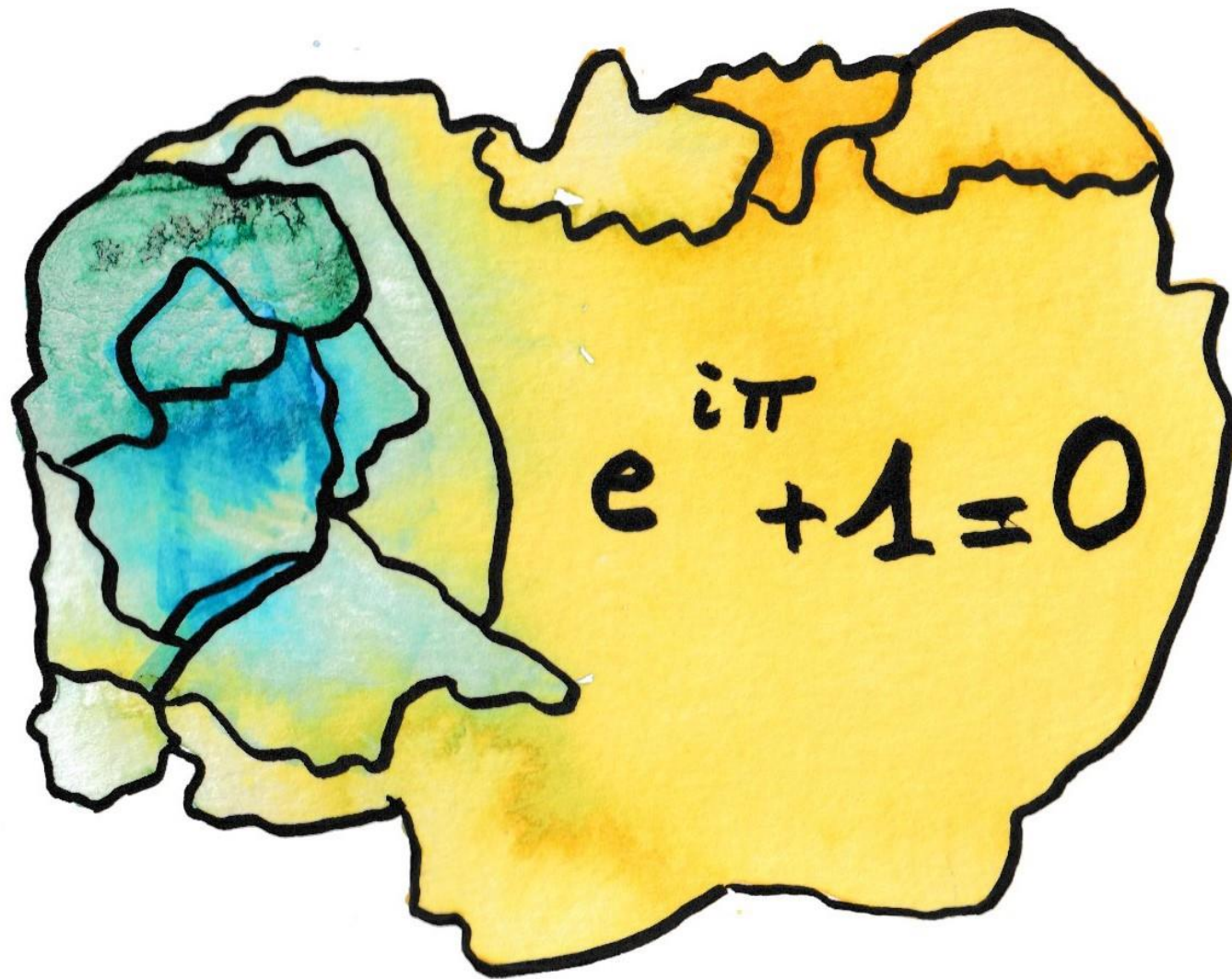
e

dx =

$\sqrt{\pi}$

2

A022



$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

121

For me an equation has no meaning
unless



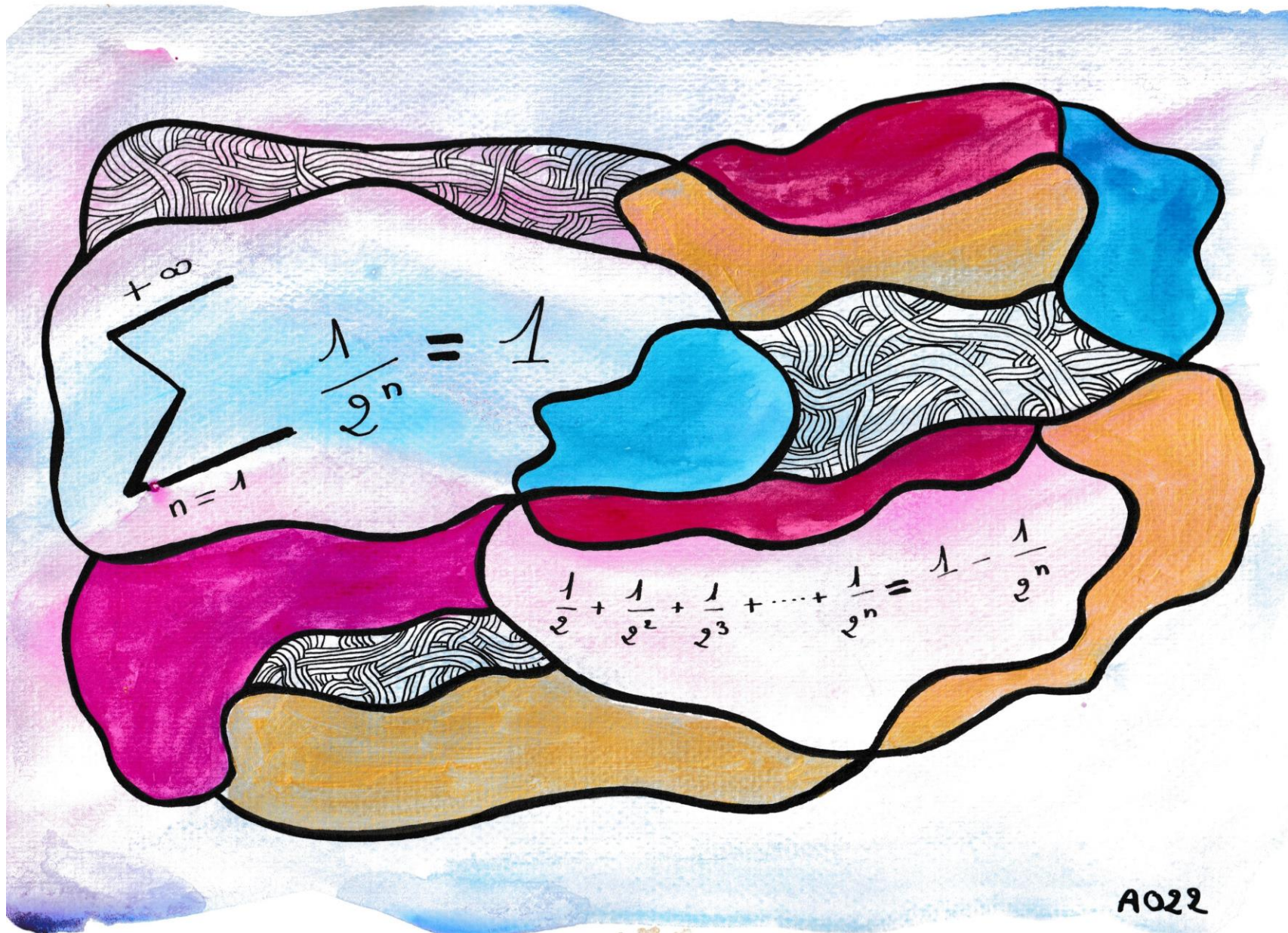
$$\Phi = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}}$$

it

expresses

the thought of a God!





A022

A hand-drawn diagram consisting of a blue watercolor background with a black outline. Inside the outline is a red watercolor area containing the Stirling approximation formula:

$$n! \sim \sqrt{2\pi n} n^n e^{-n}$$

R21

Le théorème des accroissements finis.

Soit f une fonction continue
et dérivable sur I , valeurs réelles.
Alors, pour tous $a, b \in I$, $a < b$,
il existe $c \in]a, b[$ tel que $f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$.

Démonstration.

Soit $a < b \in I$.

Considérons

$$\varphi(x) = f(x) - f(a) - \frac{f(b) - f(a)}{b - a}(x - a).$$

On a $\varphi(a) = 0$ et $\varphi(b) = 0$.

φ est continue et dérivable sur $]a, b[$ car f l'est.

D'après le théorème de Rolle

il existe $c \in]a, b[$,
tel que $\varphi'(c) = 0$.

$$\text{Or } \varphi'(c) = f'(c) - \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = 0.$$

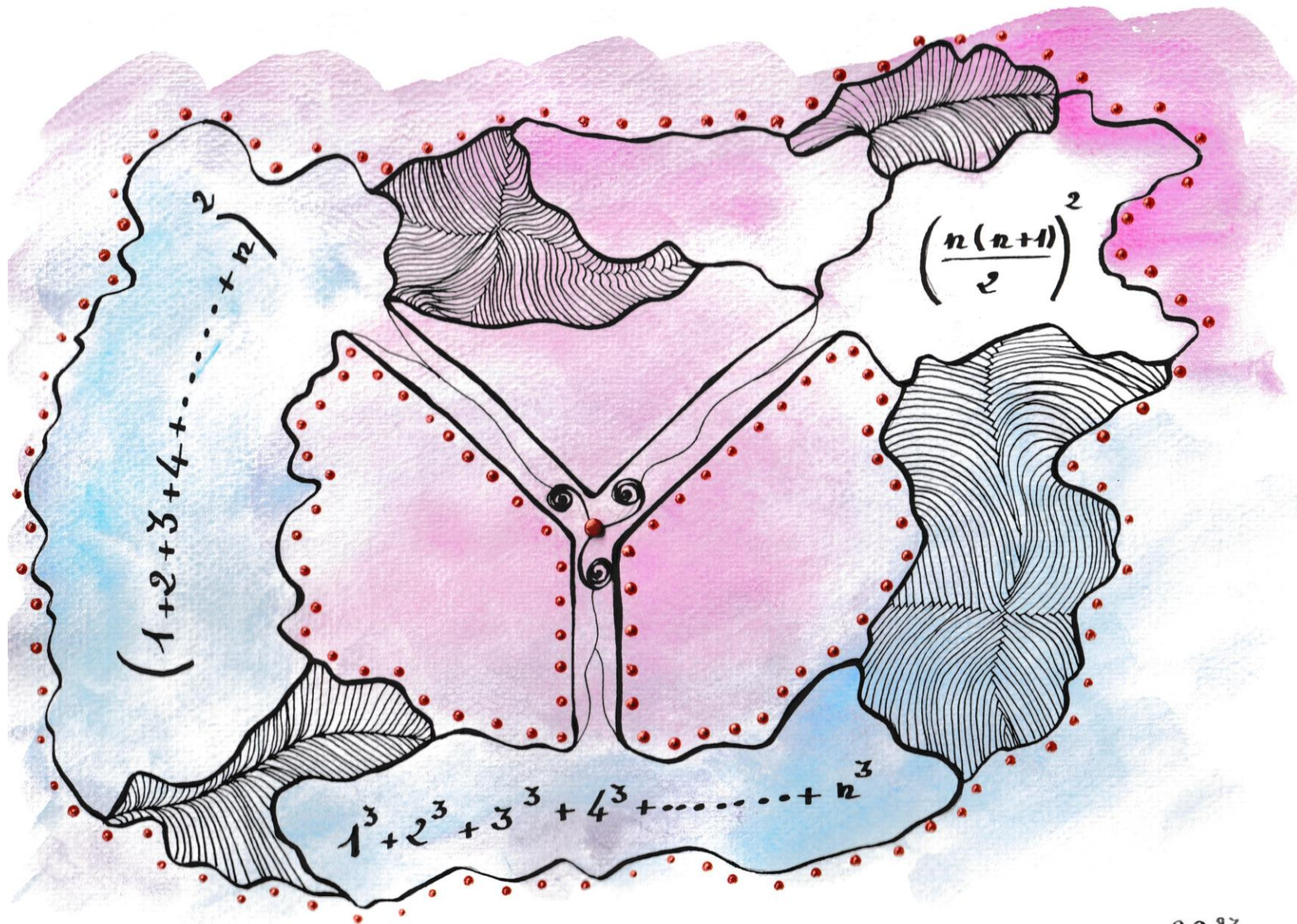
On a donc $f'(c) - \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = 0$, c'est à dire:

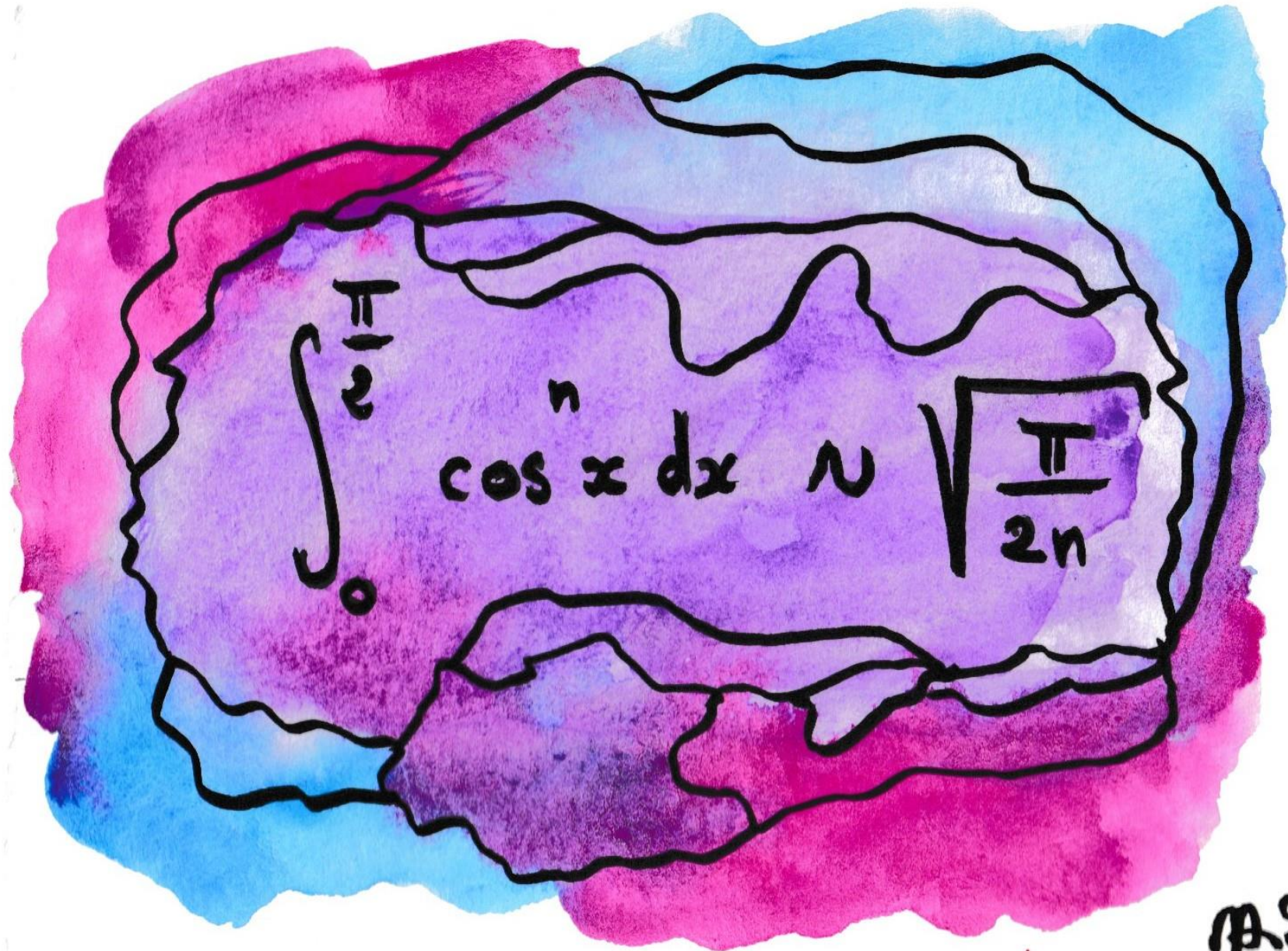
$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

□ Q.F.D. □


$\forall n \neq 3, \exists x, y, z \in \mathbb{N},$

$$x^n + y^n = z^n$$



A hand-drawn mathematical formula is centered on a white page. The formula is enclosed within a black, irregular, hand-drawn border. The background behind the border is a watercolor wash of purple, blue, and pink. The formula itself is written in black ink and consists of an integral from 0 to π of $\cos^n x \, dx$ followed by an approximation symbol \approx and a square root containing $\frac{\pi}{2n}$.
$$\int_0^{\pi} \cos^n x \, dx \approx \sqrt{\frac{\pi}{2n}}$$

18.21

The background features a light beige color with two large, organic, watercolor-style shapes. On the left, a teal shape curves upwards and to the right. On the right, a yellow shape curves downwards and to the left. Two thin, black, wavy lines are scattered across the composition, one near the top left and another near the bottom right.

Agnès Rigny - *agnesrigny.fr*